

姓名: \_\_\_\_\_  
学号: \_\_\_\_\_  
学院: \_\_\_\_\_  
年级: \_\_\_\_\_

# 上海科技大学

## 2021-2022 学年第一学期期末考试卷

开课单位:

授课教师: 李铮、赵俐俐

考试科目: 《高等数学 I》

课程序号:

### 考生须知:

1. 请严格遵守考场纪律, 禁止任何形式的作弊行为。
2. 参加闭卷考试的考生, 除携带必要考试用具外, 书籍、笔记、掌上电脑和其他电子设备等物品一律按要求放在指定位置。
3. 参加开卷考试的考生, 可以携带教师指定的材料独立完成考试, 但不准相互讨论, 不准交换材料。

### 考试成绩录入表:

题目	一	二	三	四	五	六	总分
计分							
复核							

评卷人签名:

复核人签名:

日期:

日期:

一. 单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 函数  $f(x) = x + \sqrt{1-x}$  在  $[-2, 1]$  上的最大值为 ( )  
(A) 1 ; (B)  $-2 + \sqrt{3}$  ; (C)  $\frac{5}{4}$  ; (D)  $\frac{3}{4}$  .
2. 设  $x \rightarrow 0^+$  时,  $f(x) = \int_0^x \sqrt{t} \sin t \, dt \sim cx^k$ , 则 ( )  
(A)  $c=1, k=\frac{3}{2}$ ; (B)  $c=\frac{2}{5}, k=\frac{5}{2}$ ; (C)  $c=\frac{2}{3}, k=\frac{5}{2}$ ; (D)  $c=\frac{2}{5}, k=\frac{3}{2}$ .
3. 曲线  $y = \frac{x^2+a}{\sqrt{x^2-b}}$ , ( $a > 0, b > 0$  为常数) 有几条渐近线? ( )  
(A) 4; (B) 1; (C) 2; (D) 3.
4. 若函数  $f(x)$  的一个原函数是  $(x-1)e^x$ , 则  $f'(x) =$  ( )  
(A)  $xe^x$ ; (B)  $(x+1)e^{x+1}$ ; (C)  $xe^{x+1}$ ; (D)  $(x+1)e^x$
5. 下列反常积分中发收敛的是 ( )  
(A)  $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$ ; (B)  $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx$ ;  
(C)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ ; (D)  $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$ .

二. 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

6. 曲线  $y = e^{-x^2}$  的上凸区间为\_\_\_\_\_.
7. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $\begin{cases} x = \int_0^{t-1} e^{-u^2} du \\ y = t \ln(3t-2) \end{cases}$  确定, 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{(0,0)} =$ \_\_\_\_\_.
8. 曲线  $y = \sin x$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  的平均值为\_\_\_\_\_.
9.  $\int_{-1}^1 \left( 2x^2 + \frac{6^x-1}{3^x+2^x} \right) dx =$ \_\_\_\_\_.
10. 微分方程  $ydx - (x+y)dy = 0$  的通解为\_\_\_\_\_.

三. 计算下列各题 (每小题 8 分, 共 24 分)

11. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \arcsin t dt}{(1 + \cos x)(x - \sin x)}$

12. 计算  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x} dx$

13. 计算  $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx$

四. 计算下列各题 (每小题 10 分, 共 30 分)

14. 设  $f(x) = \cos^2 x + \sin 2x + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} xf(x)dx$ , 求  $f(x)$ .

15. 过原点求曲线  $y = \sqrt{x-1}$  的切线方程, 并计算由此切线、曲线  $y = \sqrt{x-1}$  及  $x$  轴所围平面图形绕  $x$  轴旋转所得旋转体的体积。

16. 设  $f(x)$  连续, 且  $f(x) = \int_0^{2x} f\left(\frac{t}{2}\right) dt + e^{2x} \cdot \cos 2x$ , 求  $f(x)$ 。

五. (本题 12 分)

17. 全面讨论曲线  $y = \frac{(x-1)^2}{3(x+1)}$  的性态, 并描绘曲线的图形。

$$\left( y' = \frac{(x+3)(x-1)}{3(x+1)^2}, y'' = \frac{8}{3(x+1)^3} \right)$$

六. 证明题 (本题 4+4 分, 其中 4 分为附加分)

18. 设函数  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, 且  $\int_0^1 f(x)dx = 0, \int_0^1 xf(x)dx = 0,$

证明:  $\exists \xi \in (0,1)$  使得  $\int_0^\xi f(x)dx = \xi f(\xi)$  。